"Quaderni di Ricerca in Didattica", Numero speciale n. 13, 2024
G.R.I.M. (Departimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy)

Comprendre l'émergence de la pensée relationnelle chez les enfants du préscolaire grâce à l'analyse des gestes, discours et interactions dans le contexte des pratiques fondées sur le jeu

Nathalie Anwandter Cuellar*, Elena Polotskaia*, Virginie Robert, Manon Boily*** et Luis Radford****.**

*Université du Québec en Outaouais, **Université Laval, ***Université du Québec à Montréal, ****Université Laurentienne.

Courriel : nathalie.anwandter@uqo.ca

Résumé. Cette étude présente les résultats préliminaires d'une analyse des gestes, du discours et des interactions des enfants du préscolaire en lien avec l'émergence de la pensée mathématique relationnelle. Elle repose sur deux axes : d'une part, des pratiques d'éveil aux mathématiques qui prennent en compte les stratégies naturelles d'apprentissage des enfants, notamment à travers le jeu, et d'autre part, les notions de grandeur et de quantité comme base de connaissances avant l'introduction des nombres. À travers l'analyse qualitative des extraits de jeu, nous illustrons le potentiel des jeunes enfants à mobiliser une pensée relationnelle non numérique dans un contexte de pratiques fondées sur les jeux, ainsi que les différentes formes qu'elle peut prendre.

Abstract. This study presents preliminary results of an analysis of gestures, discourse, and interactions of preschool children in relation to the emergence of mathematical relational thinking. This analysis is based on two axes: firstly, mathematics awakening practices that take into account children's natural learning strategies, especially through play; and secondly, concepts of magnitude and quantity as a knowledge base before the introduction of numbers. Through qualitative analysis of game excerpts, we illustrate the potential of young children to mobilize non-numerical relational thinking in a context of play-based practices, as well as the different forms it can take.

1. Introduction

Depuis plusieurs années, les recherches en éducation mathématique accordent une attention importante à l'étude des difficultés rencontrées dans l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre au niveau secondaire (Cai et Knuth, 2011 ; Kieran, 2004). Selon les chercheurs, ces difficultés peuvent être attribuées à la rupture entre l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre, qui se produit lors de la transition du primaire au secondaire. Plusieurs chercheurs considèrent la pensée mathématique relationnelle comme un élément clé pour le développement de l'algèbre et de l'arithmétique chez les enfants, quel que soit leur âge (Britt et Irwin, 2011 ; Polotskaia, 2017). Contrairement aux procédés de calcul, la pensée relationnelle se concentre sur les relations entre les quantités ainsi que sur les propriétés fondamentales des opérations arithmétiques (Carpenter et al., 2003). Les initiatives actuelles visant à arrimer l'arithmétique et l'algèbre s'appuient sur leurs similitudes et leurs différences, en développant la pensée mathématique relationnelle (Squalli et al., 2020).

Malgré le grand nombre de recherches dans ce domaine, les études au préscolaire sont encore en voie d'émergence et loin d'être consolidées (Blanton et al., 2018; Schliemann et al., 2012). Une synthèse de connaissances menée par notre équipe (Anwandter Cuellar, 2021 ; Polotskaia et al., 2019) montre que la majorité des recherches ont été réalisées auprès d'enfants plus âgés (8 à 12 ans), pour lesquels les connaissances numériques constituent toujours la base de la pensée relationnelle et algébrique. De plus, des travaux (Anwandter Cuellar et al., 2018 ; Blanton et al., 2018) rapportent que la difficulté des enfants à raisonner en termes de relations se manifeste déjà au préscolaire, et elle est la conséquence d'une forte influence de l'expérience numérique antérieure. Se pose alors la question suivante : est-il possible de développer chez les enfants une pensée mathématique relationnelle sans une base des connaissances numériques ?

Certains travaux récents ayant été menés auprès de jeunes enfants font ressortir les notions de magnitude et de grandeur comme base mathématique pour le développement de la pensée relationnelle (Venenciano et al., 2021). Cette école de pensée, fondée par Davydov et ses collègues (Davydov, 2008), met l'accent sur l'étude des relations de comparaison entre les quantités, tout comme pour la pensée relationnelle (Kieran, 2007). Ils proposent, entre autres, que les notions de quantité, grandeur non mesurée et magnitude puissent donner accès à l'étude des premières lois générales mathématiques chez l'enfant, et cela, bien avant l'introduction formelle du nombre dans l'enseignement. La pensée relationnelle au sens de l'école de Davydov nous apparaît ainsi comme un fil conducteur qui favorise l'arrimage de l'arithmétique à l'algèbre en misant sur la conscientisation de la structure des relations entre des quantités, ce qui amène notamment l'élève à dégager et à généraliser des propriétés de ces structures.

En outre, nos premières recherches (Anwandter Cuellar et al., 2018) ont montré que les enfants ont le potentiel de développer une pensée relationnelle, mais que les pratiques diffèrent par rapport à ce qui est attendu au primaire et au secondaire. En effet, le domaine de la petite enfance (Hewes, 2006; Hirsh-Pasek et al., 2009) ainsi que le milieu scolaire (Ministère de l'Éducation du Québec, 2006) préconisent les pratiques d'éveil aux mathématiques basées sur les jeux et les activités ludiques comme méthodes d'apprentissage privilégiées pour les enfants en bas âge afin de soutenir leur développement global. Cependant, en ce qui concerne le développement de la pensée mathématique relationnelle (dans le sens de Davydov) chez les enfants d'âge préscolaire, très peu de travaux ont étudié l'approche mettant de l'avant le jeu comme pratique éducative.

Dans ce contexte, nous menons un projet de recherche afin d'étudier l'émergence et le développement de la pensée mathématique relationnelle chez les enfants de 4 à 6 ans[1] dans le contexte de pratiques fondées sur le jeu. Dans ce texte, nous illustrerons l'émergence de la pensée relationnelle en analysant le cas de deux enfants lors d'un jeu impliquant la relation d'équivalence de poids.

2. Cadre conceptuel

2.1 La pensée mathématique

Cette recherche se situe dans un paradigme socioculturel de l'enseignement et de l'apprentissage (Vygotski, 1985 ; Radford, 2006 ; 2016) en reconnaissant le rôle majeur de l'interaction sociale et de la culture dans l'apprentissage et le développement de l'enfant. En effet, nous adoptons la posture de Radford (2016) dans laquelle l'élève ne peut être conçu à l'extérieur du monde et de la culture et pour qui l'apprentissage des mathématiques est un processus collectif, culturel et historique.

En s'inspirant notamment des travaux de Vygotski, Radford (2006, 2012a) avance que la pensée ne se réduit pas à une activité mentale, elle est plutôt « une pratique sociale tangible matérialisée dans le corps (par des actions kinesthésiques, des gestes, de la perception, de la visualisation), dans l'utilisation de signes (symboles mathématiques, graphiques, mots écrits et parlés) et d'artefacts de différentes sortes (règles, calculatrices, etc.) » (Radford, 2012b, p. 120, traduction libre). Le rôle des moyens sémiotiques d'objectivation comme les gestes, le discours et le sens est déterminant pour le déploiement de la pensée et donc pour les apprentissages en mathématiques. D'autre part, selon Duval (2006), une compréhension profonde des mathématiques se manifeste par une cohérence observable entre les expressions de la pensée à l'aide de divers moyens sémiotiques (langage, image, etc.). Dans ce cadre, ce sont notamment les paroles et les gestes qui sont analysés dans ce projet pour comprendre des manières de penser des enfants lors de la réalisation de jeux mathématiques.

1 Ce projet de recherche est financé par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

2.2 La pensée relationnelle et l'équivalence

Selon les recherches, la pensée mathématique relationnelle est considérée comme un pont entre l'arithmétique et l'algèbre. Elle se concentre sur les relations et les structures sous-jacentes aux opérations arithmétiques, plutôt que sur les procédures de calcul (Carpenter et al., 2005). Ainsi, c'est la capacité de voir les expressions mathématiques et les équations dans leur ensemble plutôt que comme un processus étape par étape (Carpenter et al, 2005). Elle inclut la compréhension du signe d'égalité comme une relation d'équivalence, l'utilisation des propriétés des opérations, les relations entre les nombres (Andini et Prabawanto, 2020), et la prise en compte des relations et structures lors de la résolution de problèmes (Polostakia, 2017).

Selon Kieran (2007), une approche pour développer la pensée relationnelle consiste à recentrer l'idée d'égalité et sa représentation à l'aide du symbole d'égalité (=) en tant qu'équivalence mathématique autant à de l'enseignement primaire que secondaire. En tant qu'élément clé de la pensée relationnelle, les élèves devraient comprendre que le signe égal fait référence à la relation d'équivalence et à l'équilibre entre les nombres ou les quantités (Carpenter et al., 2003) et non seulement au résultat d'une opération (McNeil et al., 2015). Cette dualité est illustrée, par exemple, par Theis (2005), qui explique que l'expression « 2 + 3 = 5 » peut être interprétée de deux manières différentes. Dans un contexte d'égalité, cette expression indique qu'un enfant combine deux ensembles de jetons, en partant de 2 et en ajoutant 3 pour obtenir 5. Les ensembles contiennent les mêmes éléments physiques, ce qui justifie l'égalité. En revanche, lorsqu'il s'agit de comparer le nombre de jetons détenus par deux enfants différents, par exemple, 2 dans la main droite d'un enfant et 3 dans sa main gauche, par rapport à 5 jetons détenus par un autre enfant, il s'agit d'une équivalence quantitative.

Avant l'apprentissage des nombres et des calculs, une pensée relationnelle est celle qui questionne ou reconnaît l'équivalence des grandeurs ou des quantités (non mesurées) et qui soutient les actions pour établir telles équivalences ainsi que le discours qui l'accompagne. Dans notre projet, nous avons choisi le contexte de comparaison et d'équivalence des poids pouvant être établi à l'aide de la balance pour étudier la pensée relationnelle chez les enfants du préscolaire.

2.3 Les pratiques d'éveil aux mathématiques fondées sur le jeu

À l'éducation préscolaire, dans une perspective ancrée dans l'approche développementale (Marinova, 2018), l'utilisation du jeu mathématique devient une pratique intéressante. Pour Hauser (2005, dans Vogt et al., 2018) le jeu est un véhicule puissant pour l'apprentissage puisque les enfants de la maternelle sont généralement « hautement motivés à apprendre dans un contexte qui n'est pas formel et scolarisant » (traduction libre, p. 592), notamment dans des situations où l'enfant a plus de contrôle sur ce qu'il ou elle désire de faire. En outre, les pratiques basées sur le jeu peuvent recourir à divers types de jeu, par exemple le jeu de rôle ou le jeu de règles (Vogt et al., 2018). Les jeux de règles ont été reconnus dans plusieurs études comme étant efficaces pour le développement des compétences mathématiques (Gasteiger 2015 ; Kamii et Kato 2005) et le développement social de l'enfant (Radford, 2020). Les jeux de règles ont 5 composantes interreliées : ils possèdent une tâche didactique ; ils possèdent une tâche ludique ; ils donnent accès à du contenu cognitif ; ils requièrent une procédure ludique et ils ont de règles (Marinova et Biron, 2016). Dans le jeu de règles, la créativité réside en la création, la combinaison et la modification de stratégies qui sont propres à l'enfant. D'ailleurs, Bodrova et Leong (2012) recommandent que les jeux soient créés de manière que l'enfant qui utilise le bon concept ou la bonne habileté gagne. Dans ce type de jeu, la présence de l'adulte est souhaitée puisqu'il est porteur de connaissances particulières, mais aussi sur les stratégies à explorer.

3. Méthodologie

Tout en nous inscrivant dans des pratiques d'éveil aux mathématiques basées sur l'approche développementale (Marinova, 2018), nous avons élaboré quatre jeux mathématiques que nous avons expérimentés dans cinq classes du préscolaire. Nos deux premiers jeux (jeux 1 et 2) cherchaient à établir une base de connaissances nécessaire à l'engagement des élèves dans les activités suivantes. Notamment, le contexte de poids et la comparaison de poids (à la main et à l’aide de balance) ont été introduits. Les deux derniers jeux de règles (jeux 3 et 4) visaient l’étude de l’émergence des raisonnements dits relationnels.

Les jeux 3 et 4 ont été présentés (toutes les deux semaines) par les chercheuses en ateliers en petits groupes (2 à 4 enfants) et filmés. Nous avons laissé ces jeux dans les classes entre les visites et nous y sommes finalement retournées pour filmer les périodes des jeux libres.

Pour cette communication, nous présentons l'analyse préliminaire du jeu 3, expérimenté par une chercheuse et deux enfants, Mathéo et Nora. Il s’agit d’un jeu de règles composé de cartes, d’une balance et des blocs représentant des animaux pesant 10 grs (souris en bleu), 20 grs (chat en rouge), 30 grs (chien en vert) et 40 grs (cochon en jaune). Les images des animaux à utiliser dans le jeu sont imprimées sur les cartes (cf. Image 1).

Image 1. Matériel utilisé pour le jeu 3

La règle est de placer tous les animaux représentés sur la carte dans les contenants de la balance pour atteindre l'équilibre (sans connaître leur poids réel). Quand l’enfant réussit, il garde la carte et peut piger une nouvelle. L’enfant gagnant est celui qui a le plus de cartes à la fin du jeu.

L'analyse de la vidéo a été réalisée de manière semi-inductive (Blais et Martineau, 2006) en tenant compte des mots et des gestes des enfants afin de reconstruire les processus de pensée des enfants (Radford, 2012a).

4. Analyses préliminaires: l’exemple du jeu 3

4.1 Les manifestations de la pensée relationnelle

Dans l’extrait suivant, nous discuterons de la carte **4 souris et 2 chats** obtenue par Nora. Pour cette carte, deux équivalences sont possibles[2] : p(1Cha) + p(2S) = p(1Cha) + p (2S) ou encore p(2Cha) = p(4S). Alors que Nora commence à appliquer la stratégie de distribution 1 à 1, Mathéo l’interrompt et lui suggère d’appliquer plutôt la stratégie basée sur l’équivalence p(1Cha) = p(2S).

(Nora met une souris dans C2, puis une souris dans C1. Elle ajoute une souris dans C2, puis prend sa dernière souris, survole C1 avec sa main avant de se raviser et de mettre plutôt un chat dans C1.
Nora ajoute simultanément une souris dans C2 et un chat dans C1. À ce moment, C1 contient 2 chats et une souris alors que C2 contient 3 souris : p(C1) > p(C2)).
***Nora** : Non!*
***Mathéo** : Mets un chat là (il indique C2)*
(Nora sort tous les animaux des contenants)
(Nora prend une souris dans chacune de ses mains et les place dans chaque contenant)
***Nora** : C’est la même chose!*
(Elle prend deux chats dans chacune de ses mains)
***Nora** : C’est la même chose!*

Mais avant de placer les chats, Mathéo intervient:
***Mathéo** : mets toutes les souris là (il indique C2) et les deux chats là (il indique C1)*

2 Afin d’alléger l’écriture, nous utiliserons des abréviations. S: souris, Cha: Chat, Chi: Chien, Co: Cochon, C1: contenant à droite de l’élève, C2: contenant à gauche de l’élève et nous ajouterons p devant ces abréviations pour faire référence aux poids. Par exemple, p(S) : poids de la souris.

Cette remarque fait changer de stratégie à Nora.

(Nora met donc les deux souris restantes dans C2 et un chat de chaque côté, p(C1)<p(C2). Elle reprend le chat du C2, et le place en C1 (p(C1)>p(C2)).
***Mathéo** : Et mets l'autre souris là (il indique C2)*

Mais Nora change une souris de C2 à C1 (p(C1)>p(C2), p(2S)+p(2Cha)>p(2S))

***Chercheuse à Mathéo** : Pourquoi tu dis qu'il faut faire ça ?*
***Mathéo** : Parce que moi je le sais.*

Dans cette partie, le discours de Nora ainsi que les premières étapes de sa stratégie semblent indiquer qu'elle veut utiliser la stratégie de distribution 1 à 1 basée sur l'équivalence entre la quantité d'objets égaux. Cependant, Mathéo avait déjà observé l'équivalence des poids p(2S)=p(Cha), ses interventions semblent mettre de l'avant une stratégie basée sur les relations p(4S) = p(2Cha) ou bien p(2S) + p(2S) = p(Cha) + p(Cha). Or, Nora ayant déjà entamé sa stratégie avant l'intervention de Mathéo, elle se retrouve face à des conseils qui ne concordent pas avec sa stratégie initiale. Tout ce qu'elle fait ensuite ne lui permet pas d'obtenir l'équilibre de la balance jusqu'à ce que la chercheuse intervienne et lui dise de tout recommencer et de prendre la stratégie qu'elle voulait prendre initialement.

(Nora soupèse avec ses mains, un chat et une souris, elle place la souris en C1 et le chat en C2. Elle place ensuite une souris en C2 et un chat en C1. Elle attend de vérifier l'équilibre de la balance, et place finalement une souris de chaque côté (C1(S+Cha+S)=C2(Cha+S+S)).

Ici, le geste de soupeser montre que Nora essaie de ressentir l'équivalence ou la différence de poids entre la souris et le chat. En plaçant une souris et un chat dans chacun des contenants, elle semble appliquer une stratégie de compensation basée sur les différences de poids observées : si p(Cha) > p(S) alors en ajoutant une souris avec le chat et un chat avec la souris, les poids deviennent équivalents. Pourtant, le discours qui suit semble faire référence aux quantités d'objets (trois ici et trois ici) plutôt qu'aux poids.

***Chercheuse** : Oh ! Pourquoi est-ce que ça fonctionne maintenant ?*
***Nora** : Il y a trois ici et trois ici (elle pointe respectivement les deux contenants)*
***Chercheuse :** Mais est-ce que c'est… Tu as mis trois quoi ?*
***Nora** : Trois souris (elle indique C1) et trois rouges [chats], parce que les souris pèsent un petit peu, et le chat pèse beaucoup. Ça va lever un petit peu (elle indique C1) et lui aussi (elle indique C2).*

Ce n'est qu'après l'intervention de la chercheuse que Nora exprime un discours sur le poids (pèse un petit peu, pèse beaucoup). Ceci nous montre qu'elle considère le poids des objets dans ses raisonnements basés sur des relations approximatives. Ainsi, nous pensons que le geste de soupeser les animaux a été nécessaire pour établir les relations qualitatives entre les poids des animaux et pour amorcer un passage d'un raisonnement basé sur les quantités d'objets vers un raisonnement sur les équivalences de poids.

4.2 L'articulation des gestes et du discours

La chercheuse prend la balance de Nora contenant **1 chien, 1 chat et 1 souris de chaque côté de la balance.**

***Chercheuse :** Si j'enlève un chien de chaque côté (elle touche avec ses doigts un chien de chaque contenant), elle va toujours être… (elle retire les mains des contenants et met les mains en parallèle dessus la balance pour signifier l'équilibre de celle-ci)*
(Nora essaie d'enlever les chiens)

Chercheuse *: Non…*
Mathéo *: Oui ! (en réponse à la question)*
Nora : *ça va (elle indique les deux contenants)… ça va… tomber (elle pointe un contenant avec chaque main vers le bas)(cf. Image 2)*

Image 2. Geste de Nora pour indiquer que la balance "tombe"

Chercheuse *: ça va tomber d'un côté? (la chercheuse indique le mouvement avec ses mains)*
(Nora essaie à nouveau de prendre les chiens)
(la chercheuse prend les deux chiens de la balance, cette dernière reste en équilibre)
Nora *: Noooon ! (l'air déçu)*

Dans cet extrait, Nora répond « Oui » à la question « est-ce que la balance va tomber (d'un côté)? ». Si on ne tenait compte que du discours de l'enfant, on pourrait penser que Nora n'a pas compris que la balance reste en équilibre si on enlève les mêmes animaux dans chaque contenant. Cependant, on peut observer que le geste de Nora pointant les deux contenants vers le bas semble plutôt indiquer une conception erronée de la balance selon laquelle les deux contenants seraient amenés à descendre si on y retirait du poids : « résultats identiques des deux côtés ». D'autres interventions de Nora, par exemple, parler de « la même taille » pour indiquer l'équilibre de la balance, nous font penser qu'elle regarde la distance de la table aux contenants ou la hauteur des contenants. Cet exemple nous met en évidence le fait qu'on ne peut pas séparer la pensée du discours et de l'action si on analyse une compréhension en voie de développement. En effet, les actions de Nora restent ancrées dans une démarche matérielle : elle a besoin d'effectuer les actions pour trouver le résultat. La pensée reste assujettie à l'action et au vocabulaire adopté des autres domaines sans parvenir à s'articuler de manière cohérente. D'autres tâches du même type (maintenir l'équivalence) n'ont pas été réussies par Nora. Parfois, elle a même indiqué que la balance va descendre d'un côté. Nous pensons que l'articulation entre le sensible et le conceptuel est en développement pour Nora, ce qui fait en sorte que chez elle la propriété de l'équivalence n'arrive pas à se détacher du fonctionnement des artefacts : la balance.

De son côté, Mathéo a réussi ce type de tâche. Par exemple, lorsque Mathéo équilibre la balance avec **1 chien et 1 souris dans C1, 1 chat et 2 souris dans C2**, la chercheuse lui demande ce qui se passerait si elle enlevait une souris de chaque contenant, Mathéo répond que « c'est encore ça » en pointant la balance en équilibre. Sa capacité à anticiper l'équilibre en ajoutant ou en retirant des animaux semble montrer une compréhension relationnelle de l'équivalence de poids dans la balance qui n'est pas restreinte au matériel concret. Par la suite, la chercheuse propose :

Chercheuse : *Et si je rajoute un chat ici (C1) et deux souris là (C2) (elle garde les objets par-dessus les contenants pour montrer où les objets seraient déposés)*
Mathéo *: (il réfléchit quelques secondes) Ça va être comme ça (il bouge ses mains, cf. Image 3)*

Image 3. Geste de Mathéo pour indiquer l'équilibre de la balance

***Chercheuse** : Lequel va être plus lourd?*
***Mathéo :** Personne !*
***Chercheuse :** Comment tu le sais ?*
***Mathéo :** Parce que… ça c'est plus lourd (il indique le chat), que les deux (il indique la souris).*

Dans ce cas, Mathéo semble utiliser l'équivalence « p(2S)=p(Cha) » pour anticiper que l'équilibre sera maintenu lors de cette transformation avec l'ajout des animaux dont leur poids est équivalent. À la différence du passage précédent, les actions et discours de Mathéo semblent montrer une articulation entre le sensible (ses gestes) et le conceptuel (son anticipation); cette articulation aboutit à la possibilité d'anticiper les résultats des opérations effectuées sur la balance. Précisons que cela a été le cas pour d'autres cartes, notamment dans l'exemple de la section 4.1 où il conseille à Nora de mettre les 2 chats dans un contenant et les 4 souris dans l'autre contenant.

5. Discussion

Les travaux antérieurs se sont principalement concentrés sur l'étude de la pensée relationnelle en utilisant la notion d'égalité et d'équivalence dans des contextes où le symbolisme et les nombres étaient déjà introduits (par exemple, McNeil et al., 2019). Cependant, notre recherche s'allie avec d'autres pour suggérer qu'il est possible de faire émerger la pensée mathématique relationnelle chez les jeunes enfants avant l'introduction du nombre en s'appuyant sur les notions de grandeur et quantité (Davydov, 2008).

Dans notre exemple, nous avons pu observer deux manifestations de la pensée relationnelle dans les gestes, discours et interactions de nos enfants. Nora semblait donner un sens plus approximatif aux poids des animaux (ne pèse pas beaucoup, pèse moyen), parfois elle revenait sur la relation numérique entre les quantités d'objets (cf. 4.1). Ses gestes (par exemple, soupeser) et son discours (par exemple, pèse beaucoup) participent à l'établissement de la relation entre plusieurs chats et plusieurs souris; Nora opère donc sur la relation bien que cette relation soit qualitative. De son côté, Mathéo a été capable d'anticiper l'équivalence avec l'ajout ou le retrait d'animaux et avec le remplacement d'un animal par un ensemble d'animaux équivalents en poids (cf. 4.2). Le raisonnement de Mathéo s'opère sur l'idée de poids sans qu'il ait besoin de manipuler le matériel ; il anticipe la solution à la tâche et ses gestes sont en cohérence avec ses propos. Ce type de raisonnement peut aider à comprendre des structures et des relations plus complexes, telles que : si « a = b » alors « a + c = b + c ». Selon les cadres de référence à propos de l'équivalence proposés pour le contexte numérique-symbolique (Blanton et al., 2018), Nora a montré une pensée relationnelle émergente, tandis que Mathéo a montré une pensée relationnelle de base.

En outre, notre cadre théorique propose une conception dialectique de la pensée et de l'activité, nous concevons ainsi la pensée comme un système dynamique qui intègre la parole, les gestes, la perception, les actions avec des artefacts, le corps, etc. (Radford, 2012a). Ici, les gestes ne sont pas de simples aides de la pensée ou des correcteurs, ils s'inscrivent dans le processus de la pensée et s'allient avec le langage. Les extraits présentés nous révèlent ces articulations des constituants de la pensée. Chez Nora, le centre de gravité du système s'organise autour de l'action avec les artefacts et de la perception. Le langage et les gestes contribuent à la conceptualisation grâce à des termes comme « pèse beaucoup » et des actions comme « soupeser », sans pour l'instant arriver à une conceptualisation anticipatrice comme on le voit chez Mathéo. Chez celui-ci, le geste et les mots travaillent ensemble, chacun apportant une signification propre pour arriver à une conceptualisation plus riche.

6. Conclusion

Cette recherche est innovante sur plusieurs plans. En premier lieu, elle élargit l'idée formulée par Davydov (2008) que les notions mathématiques de base ne se limitent pas à numératie et peuvent être formées chez l'enfant là où la connaissance des nombres est limitée. L'activité expérimentée est axée sur le développement de la pensée mathématique relationnelle dans le contexte de poids non quantifiés. En s'appuyant sur l'équivalence de poids plutôt que sur des nombres, l'activité décrite dans ce texte favoriserait l'émergence d'une conception relationnelle de l'équivalence (Anwandter Cuellar et al., 2021; Sherman et Bisanz, 2009) chez les élèves sans exploitation de leur connaissance numérique. En second lieu, nous avançons également qu'il est possible et nécessaire de s'inscrire dans des pratiques d'éveil aux mathématiques basées sur l'approche développementale pour respecter le développement de la pensée mathématique de l'enfant en éducation préscolaire. En enrichissant l'environnement de l'enfant, en lui proposant des objets et des jeux spécialement conçus, on peut provoquer un parcours développemental différent. Finalement, le cadre d'analyse prenant appui sur une conception de la pensée comme un système dynamique dans lequel gestes et discours s'intègrent nous permet de mieux comprendre comment les jeunes enfants développent leur compréhension de l'équivalence mathématique.

Références

Andini, M. et Prabawanto, S. (2020). Relational thinking in early algebra learning: a systematic literature review. Journal of Physics: Conference Series, Volume 1806, *International Conference on Mathematics and Science Education* (ICMScE) 2020 14-15 July 2020, Jawa Barat, Indonesia.

Anwandter Cuellar, N.S., Polotskaia, E. et Passaro, V. (2021). La genèse de la pensée algébrique chez les enfants de trois à huit ans. Une revue de la littérature scientifique. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *21*, 740–757. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00185-z

Anwandter Cuellar, N.S, Lessard, G., Boily M. et Mailhot, D. (2018). L'émergence de la pensée algébrique au préscolaire : les stratégies des élèves concernant la notion d'équivalence mathématique. *Revue des sciences de l'éducation de McGill*, 53 (1), 146-168.

Blais, M., et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives*, *26*(2), 1-18.

Blanton, M., Otálora, Y., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. B., Gibbins, A., et Kim, Y. (2018). Exploring kindergarten students' early understandings of the equal sign. *Mathematical Thinking and Learning*, *20*(3), 167–201.

Bodrova, E. et Loeong, D. J. (2012). *Les outils de la pensée. L'approche vygotskienne dans l'éducation à la petite enfance.* Presses de l'Université du Québec.

Britt M. S., et Irwin K. C. (2011). Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. Dans Cai J., Knuth E. (Éds.), *Early algebraization. Advances in mathematics education*. Berlin : Springer.

Cai, J. et Knuth, E. (dir.). (2011). *Early algebraization-curricular, cognitive and instructional perspectives. Advances in mathematics education*. Springer.

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M., Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37, 53-59.

Carpenter, T. P., Franke, M. L. et Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Heinemann.

Davydov, V. V. (2008). *Problems of developmental instruction: a theoretical and experimental psychological study.* Nova Science Publishers.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Gasteiger, H., Obersteiner, A. et Reiss., K. (2015). Formal and Informal Learning Environments: Using Games to Support Early Numeracy. Describing and studying domain-specific serious games. Dans J. Torbeyns et E. Lehtinen (Dir.), *Advances in game-based learning*, (p. 231-250). Springer.

Hewes, J. (2006). *Laissons-les s'amuser : l'apprentissage par le jeu chez les jeunes enfants, Conseil canadien sur l'apprentissage / Early Childhood Learning Knowledge* Centre, Montréal, p. 1-7.

Hirsh-Pasek, K., R. M. Golinkoff, L. E. Berk et D. Singer (2009). *A mandate for playful learning in preschool: Applying the scientific evidence*, New York, NY, Oxford University Press.

Kamii, C., & Kato, Y. (2005). Fostering the development of logico-mathematical thinking in a card game at ages 5-6. *Early Education and Development, 16*(3), 367-383.

Kieran, C. (2007). What do we know about the teaching and learning of algebra in the elementary grades? *Résumé de recherche publiée sur le site Internet de la National Council of Teachers of Mathematics* [http://www.nctm.org/news/content.aspx?id=12326].

Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. Dans K. Stacey, H. Chick et M. Kendal (dir.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (p. 21-33). Boston: Kluwer.

Marinova, K. (2018). Le débat entre l'approche développementale et l'approche de scolarisation précoce : l'évaluation de l'émergence de l'écrit dans des écoles maternelles au Québec. *Journée d'étude: Trouver sa place dans le champ de la petite enfance comme chercheur(e) – enjeux, stratégies et défis*, 28 septembre 2018, Strasbourg.

Marinova, K. et Biron, D. (2016). *Mathématiques ludiques pour les enfants de 4 à 8 ans.* Presses de l'Université du Québec.

McNeil, N. M., Hornburg, C. B., Brletic-Shipley, H., & Matthews, J. M. (2019). Improving children's understanding of mathematical equivalence via an intervention that goes beyond nontraditional arithmetic practice. *Journal of Educational Psychology, 111*(6), 1023–1044. https://doi.org/10.1037/edu0000337

McNeil, N. M., Fyfe, E. R., & Dunwiddie, A. E. (2015). Arithmetic practice can be modified to promote understanding of mathematical equivalence. *Journal of Educational Psychology, 107*(2), 423–436. https://doi.org/10.1037/a0037687

Ministère de l'Éducation (2006). *Programme de formation de l'école québécoise : éducation préscolaire, enseignement primaire*, Québec.

Polotskaia, E., Anwandter-Cuellar, N., et Savard, A. (2019). *La réussite en mathématiques au secondaire commence à la maternelle: Synthèse des connaissances sur les pratiques d'enseignement des mathématiques efficaces à la maternelle et au primaire pour réussir l'algèbre du secondaire*. Rapport de recherche, Programme Actions Concertées, Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur et le Fonds de recherche du Québec – Société et culture.

Polotskaia E. (2017). How the relational paradigm can transform the teaching and learning of mathematics: Experiment in Quebec. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 18(2), 161-180.

Radford, L. (2020). Play and the production of subjectivities in preschool. In M. Carlsen, I. Erfjord, & P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics education in the early years* (pp. 43-60). Springer.

Radford, L. (2016). The theory of objectification and its place among sociocultural research in mathematics education. *International Journal for Research in Mathematics Education (RIPEM)*, *6*(2), 187-206.

Radford, L. (2012a). On the development of algebraic thinking. *PNA 64*(1), 117-133.

Radford, L. (2012b). Early algebraic thinking, epistemological, semiotic, and developmental issues. Lecture presentée au *12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, Korea, 8 au 15 Juillet, 2012. Repéré à http://www.icme12.org/upload/submission/1942_F.pdf.

Radford, L. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, numero spécial Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, p. 103-129.

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., et Brizuela, B. M. (2012). Algebra in elementary school. Dans L. Coulange et J.-P. Drouhard (dir.) *Enseignement de l'algèbre élémentaire: Bilan et perspectives*. Volumen spécial de la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques*, p. 109-124.

Sherman, J., et Bisanz, J. (2009). Equivalence in symbolic and nonsymbolic contexts : Benefits of solving problems with manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, *101*(1), 88. https:// doi. org/ 10. 1037/ a0013 156.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires. Québec : Livres en ligne du CRIRES.* En ligne : https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-penseealgebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches

Theis, L. (2005). *Les tribulations du signe « =» dans la moulinette de la bonne réponse* [The trials and tribulations of the "=" sign in the mill of the correct answer]. Coll. "Mathèse". Montréal : Éditions Bande didactique.

Venenciano, L. C., Yagi, S. L., et Zenigami, F. K. (2021). The development of relational thinking : A study of Measure Up first-grade students' thinking and their symbolic understandings. *Educational Studies in Mathematics*, *106*, 413–428, https:// doi. org/ 10. 1007/ s10649- 020- 10014-z

Vygotsky, L. (1985). *Pensée et langage.* Paris : Éditions sociales.

Vogt, F., Hauser, B., Stebler, R., Rechsteiner, K. et Urech, C. (2018). Learning through play – pedagogy and learning outcomes in early childhood mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, *26*(4), 589-603. doi:10.1080/1350293X.2018.1487160